COPPA PITAGORA 2023 – VIII EDIZIONE

Scadenze importanti

1. A 20 minuti dall'inizio: termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà assegnato d'ufficio il primo problema della lista). La scelta deve essere effettuata tramite consegna, da parte del consegnatore, dell'apposito cartellino al tavolo della giuria.
2. A 40 minuti dall'inizio: termine ultimo per fare domande sul testo. Le domande possono essere rivolte solo dai capitani al tavolo delle domande.
3. A 90 minuti dall'inizio: termine della gara.
4. Approssimazioni utili: per π si può usare 3,142; per $\sqrt{2}$ si può usare 1,414; per $\sqrt{3}$ si può usare 1,732.

«Non entri chi non conosce la Geometria!»

Antefatti

Maestro Pitagora, siamo appena stati in Grecia, dove sta nascendo una nuova scuola… Ci hanno detto che nessuno di noi potrà entrarci se non conosce la Geometria…
Hanno ragione!
Ma come, non è più importante l'Aritmetica?
C'è Geometria nel mormorio delle corde…la Geometria è conoscenza di ciò che esiste in eterno… e quindi anche dei Numeri e della Matematica tutta!
Maestro, che faremo dunque?
Attraverso la Geometria testate i nuovi discepoli… La ragione è immortale: chi la possiede sarà degno di questa scuola come di ogni scuola del mondo…

1. ABC GEOMETRICO
Una delle prime cose che si insegna alla scuola di Geometria è la nomenclatura. Ecco un esempio:
«Si dica *lato* un segmento che congiunge due vertici consecutivi. Si dica *diagonale* un segmento che congiunge due vertici non consecutivi.» I vertici sono dieci, qual è la somma del numero massimo di lati e diagonali?

2. PERGAMENE GEOMETRICHE
Proveniente dalla Fenicia è giunta ad Atene una raccolta di pergamene contenenti fondamenti e teoremi della Geometria. Un aspirante matematico ne ha letto subito la metà, quindi la metà della restante parte, quindi ancora la metà dell'ultima parte rimanente. In questo modo ha letto in tutto 420 pergamene. Quante pergamene gli restano per completare la lettura dell'intera raccolta proveniente dalla Fenicia?

3. LA SCALA
Ad Atene, la lunga scalinata che condurrà alla nuova scuola matematica sarà costruita così: un gradino largo, poi due stretti, un gradino largo, poi tre stretti, un gradino largo e poi quattro stretti, e così via aumentando sempre di un gradino i gruppi di gradini stretti. Gli operai che stanno realizzandola hanno ricevuto istruzioni precise: la scala sarà conclusa quando avranno realizzato esattamente 60 gradini stretti. Quanti gradini avrà in tutto la scala quando sarà conclusa?

4. DECORAZIONI
Due scalpellini di Atene preparano cento decorazioni di pietra, rigorosamente numerate da 1 a 100, che abbelliranno la scuola matematica in questo modo: quando il numero sulla pietra contiene almeno una cifra pari deve avere forma rettangolare; quando il numero sulla pietra contiene almeno una cifra 1 deve avere forma di rombo; perciò le pietre numerate da un numero che contiene una cifra pari e una cifra 1 devono essere sia rettangoli sia rombi, cioè quadrati. Tutte le restanti decorazioni di pietra sono invece esagonali. Quante saranno in tutto le decorazioni esagonali che abbelliranno la scuola matematica di Atene?

5. ALTRE DECORAZIONI
Altri due scalpellini ateniesi preparano altre decorazioni di pietra. Sono duecento, stavolta rigorosamente numerate da 1 a 200, e andranno ad abbellire le altre scuole dell'Acropoli. Quando il numero sulla pietra contiene almeno una cifra pari deve avere forma rettangolare; quando il numero sulla pietra contiene almeno una cifra 1 deve avere forma di rombo; perciò le pietre numerate da un numero che contiene una cifra pari e una cifra 1 devono essere sia rettangoli sia rombi, cioè quadrati. Tutte le restanti sono invece esagonali. Quante saranno in tutto le decorazioni quadrate che abbelliranno le altre scuole di Atene?

6. ARTE GEOMETRICA
Un artista ateniese ha realizzato cinque dipinti geometrici, raffiguranti i cinque solidi regolari, per lui simboli di perfezione. È sicuro che un giorno saranno sicuramente apprezzati dai maestri della scuola che verrà! I dipinti, numerati come segue, raffigurano:

n.1: un tetraedro;
n.2: un cubo;
n.3: un ottaedro;
n.4: un dodecaedro;
n.5: un icosaedro.

Decide quindi di disporli in questo modo sulle pareti del suo porticato:

- il dipinto con l'ottaedro non è a fianco dell'icosaedro e neppure a fianco del cubo;
- ci sono esattamente due dipinti fra quello con l'icosaedro e quello con il tetraedro;
- il dipinto con il cubo è di fianco all'icosaedro, più precisamente a destra;
- il dipinto con il dodecaedro è di fianco a quello con l'ottaedro.

Qual è l'ordine dei cinque dipinti?
[*Dare come risposta i numeri dei primi quattro dipinti, in ordine da sinistra verso destra*.]

7. DIVISIONI EQUE
I commercianti della piazza di Atene decidono che la lunga corda, che delimita le diverse aree della piazza, sia così suddivisa:

- al fabbro 10 cubiti egiziani di corda in più di quella del pescivendolo;
- al vinaio e allo speziale la stessa lunghezza di corda;
- al pescivendolo 10 cubiti egiziani di corda in più rispetto quanto ricevuto dal vinaio;
- all'arrotino 10 cubiti egiziani di corda in più di quella del fabbro;
- al venditore di otri 10 cubiti egiziani di corda in più di quella dell'arrotino.

Se la corda disponibile ha una lunghezza totale di 250 cubiti egiziani, quanti cubiti egiziani di corda spetteranno al pescivendolo se si esegue la divisione che rispetta tutte le condizioni sopra?

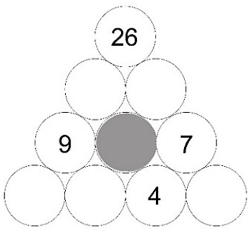
8. EQUIVALENZE MONETARIE
Vicino ad Atene c'è una località dove le monete hanno tutte una precisa forma geometrica. Più lati hanno e più valore hanno le monete:

- per ottenere una moneta quadrangolare occorrono tre monete triangolari;
- per ottenere una moneta pentagonale occorrono quattro monete quadrangolari;
- per ottenere una moneta esagonale occorrono cinque monete pentagonali;
- per ottenere una moneta ettagonale occorrono sei monete esagonali;
- per ottenere una moneta ottagonale occorrono sette monete ettagonali;
- per ottenere una moneta ennagonale occorrono otto monete ottagonali;
- per ottenere una moneta circolare occorrono nove monete ennagonali.

Cioè, una moneta vale quanto la somma dei valori di tante monete di lato inferiore di 1 quante il numero dei lati di queste monete. Questo fino alle monete di forma ennagonale, cioè con nove lati, oltre le quali si passa a quelle circolari, di valore massimo possibile. Un abitante del paese possiede duecentomila monete triangolari: se vuole convertirle in modo da avere il minor numero possibile di monete, quante monete avrà dopo la conversione?
9. CONTEGGI MONETARI
Nella stessa località del problema 8 c'è un cittadino che possiede una moneta esagonale. Vuole convertirla in monete di taglio più piccolo. In quanti modi differenti potrà eseguire la conversione?
[*Ad esempio, due diversi modi: 4 monete pentagonali e 4 monete quadrangolari; 1 moneta pentagonale, 15 quadrangolari e 3 triangolari.*]

10. RAPPORTI GEOMETRICI
Sulla prima pergamena arrivata dalla Fenicia nel problema 2, l'aspirante matematico legge un problema molto breve. Chissà – si domanda – se sarà pure semplice e immediato? Ecco il testo della pergamena: «Un quadrato e un triangolo equilatero sono isoperimetrici. Quanto vale il rapporto tra la maggiore e la minore delle due aree?»
[*Dare come risposta le prime quattro cifre del risultato*.]

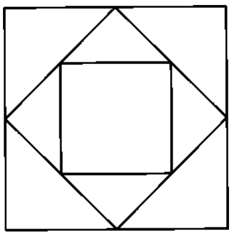
11. SECONDA PERGAMENA
Sulla seconda pergamena arrivata dalla Fenicia nel problema 2, l'aspirante matematico trova disegnata una figura con il testo di un problema scritto a fianco:



Si determini il numero da scrivere nel cerchio grigio al centro della piramide, sapendo che ciascun numero gode della proprietà di essere la somma dei due numeri che stanno nei cerchi tangenti inferiormente al cerchio in cui esso è contenuto.
Ad esempio, il cerchio con il 7 ha due cerchi tangenti inferiormente, uno di questi contiene il 4. Il cerchio grigio non è tangente inferiormente al cerchio contenente il 7.

Qual è la risposta al problema?

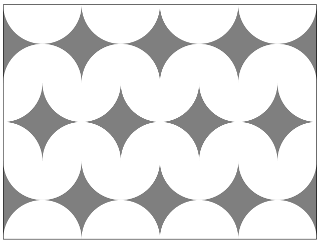
12. TERZA PERGAMENA
Sulla terza pergamena arrivata dalla Fenicia nel problema 2, l'aspirante matematico trova disegnata un'altra figura con un problema scritto a fianco:



Si determini il rapporto tra l'area del quadrato più grande della figura e il quadrato più piccolo della figura sapendo che il lato del quadrato più grande è 100 cubiti egiziani e che i vertici degli altri quadrati si trovano tutti in corrispondenza dei punti medi dei lati che toccano.

Qual è la risposta al problema?

13. QUARTA PERGAMENA
Sulla quarta pergamena arrivata dalla Fenicia nel problema 2, l'aspirante matematico trova disegnata un'altra figura con un problema scritto a fianco:



Le semicirconferenze e i quarti di circonferenza bianchi nel rettangolo hanno tutti lo stesso raggio, lungo 7 cubiti. Due parti di circonferenze nella figura possono essere in una soltanto delle tre condizioni seguenti: hanno un raggio in comune; sono tangenti in un punto; non hanno punti in comune.

Quanti cubiti quadri è l'area bianca complessiva?

[*Dare come risposta le quattro cifre prima della virgola.*]

14. TRIANGOLAZIONI
Dalla Acropoli di Atene si gode di un'ottima vista! Ed è possibile prendere misure molto accurate con teodoliti e altri strumenti. In particolare, sono state prese, con la stessa unità di misura, le distanze tra l'Acropoli e la Statua del pensatore e tra l'Acropoli e l'Agorà dei sapienti. Guardando i due numeri che esprimono le due distanze, si osserva quanto segue:

- entrambe le distanze sono maggiori di 100 e minori di 1000;
- le cifre della prima distanza sono tutte diverse dalle cifre della seconda distanza;
- la somma delle cifre di ciascuna delle distanze è 9;
- la Statua del pensatore dista esattamente il triplo dall'Acropoli rispetto all'Agorà dei sapienti.

Quanto vale, nell'unità di misura utilizzata per tali misure, la distanza della Statua del pensatore dall'Acropoli?

15. RICETTA GEOMETRICA
Un'antica ricetta geometrica tramandata da maestro a discepolo per generazioni recita quanto segue:

> *«Se l'elisir geometrico vuoi preparare questi ingredienti dovrai mescolare:*
> *se starai attento alle quantità, una fiala di elisir nella tua mano ci sarà!*
> *Cento unità di segmento blu e un quadrato intero mescola tu;*
> *aggiungi la metà di un cerchio intero e un terzo di un triangolo equilatero vero!*
> *Infine mescola il tutto con un quinto di deltoide nero e aggiungi due esagoni per intero!»*

Nella dispensa ci sono a disposizione questi ingredienti: diecimila unità di segmento blu; trenta triangoli equilateri; novantotto quadrati, quindici deltoidi neri, centosettanta esagoni e cento cerchi. Quante fiale di elisir geometrico si potranno preparare, al massimo?

16. DADI OTTAEDRICI
Quando sono in pausa dai lavori, gli operai che lavorano alla realizzazione della scuola matematica di Atene giocano con dadi di pietra a forma di ottaedro regolare. Una faccia dell'ottaedro è vuota (noi matematici moderni ci avremmo scritto 0 per chiarezza), le altre riportano incisi i numeri da 1 a 7. Il gi oco è semplice: vengono lanciati i due dadi (uno rosso, uno blu) contemporaneamente, e si esegue la somma dei numeri usciti. Si vince se si indovina in anticipo il numero che dovrà uscire.
I discepoli di Pitagora puntano, ovviamente, sul numero che il maestro considerava perfetto: il numero 6. I lanci possibili dei due dadi sono 64. Quanti di questi producono il risultato 6?

17. IL GIOCO DEI BASTONCINI
Un altro gioco in cui si dilettano gli operai della scuola matematica è quello dei bastoncini chiari e dei bastoncini scuri. Un bastoncino scuro è lungo tre volte un bastoncino chiaro. Presi un certo numero di bastoncini chiari e un certo numero di bastoncini scuri, vince chi riesce a costruire il maggior numero di quadrati tutti uguali, in caso di pareggio vince chi spreca il minor numero di bastoncini possibile. I bastoncini vengono accostati tra loro, come fossero dei segmenti.
All'arrivo dei discepoli pitagorici il numero di bastoncini è il seguente: 10 scuri e 14 chiari.
Qual è il perimetro di un quadrato della configurazione vincente, in unità di bastoncini chiari?

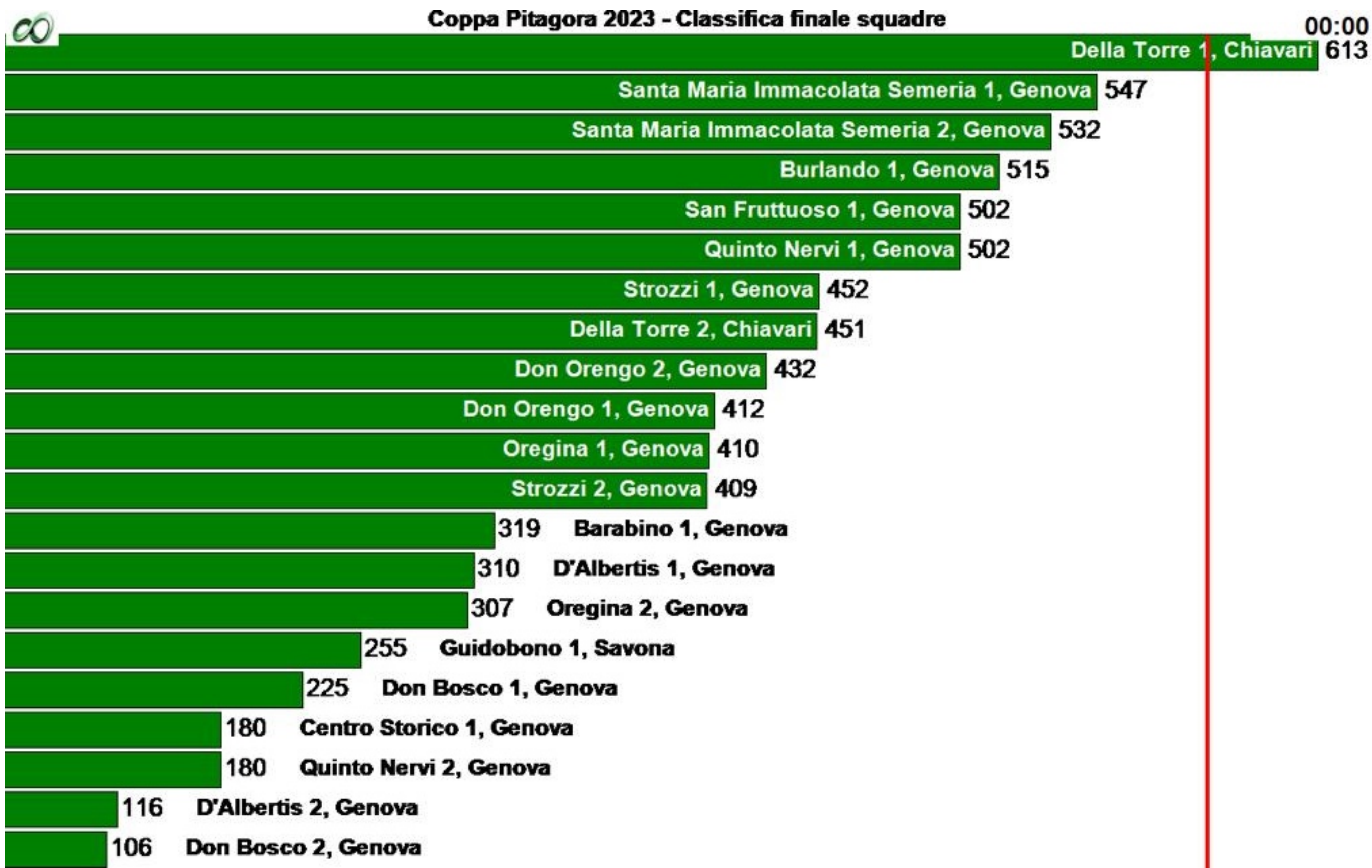
18. LA GRANDE AULA GEOMETRICA
Nella scuola di Atene che sta per sorgere è in fase di completamento la grande aula geometrica che ospiterà gli studenti degni di seguire le lezioni dei grandi maestri. Gli operai che stanno lavorando stanno eseguendo la pavimentazione secondo le indicazioni ricevute dai maestri:

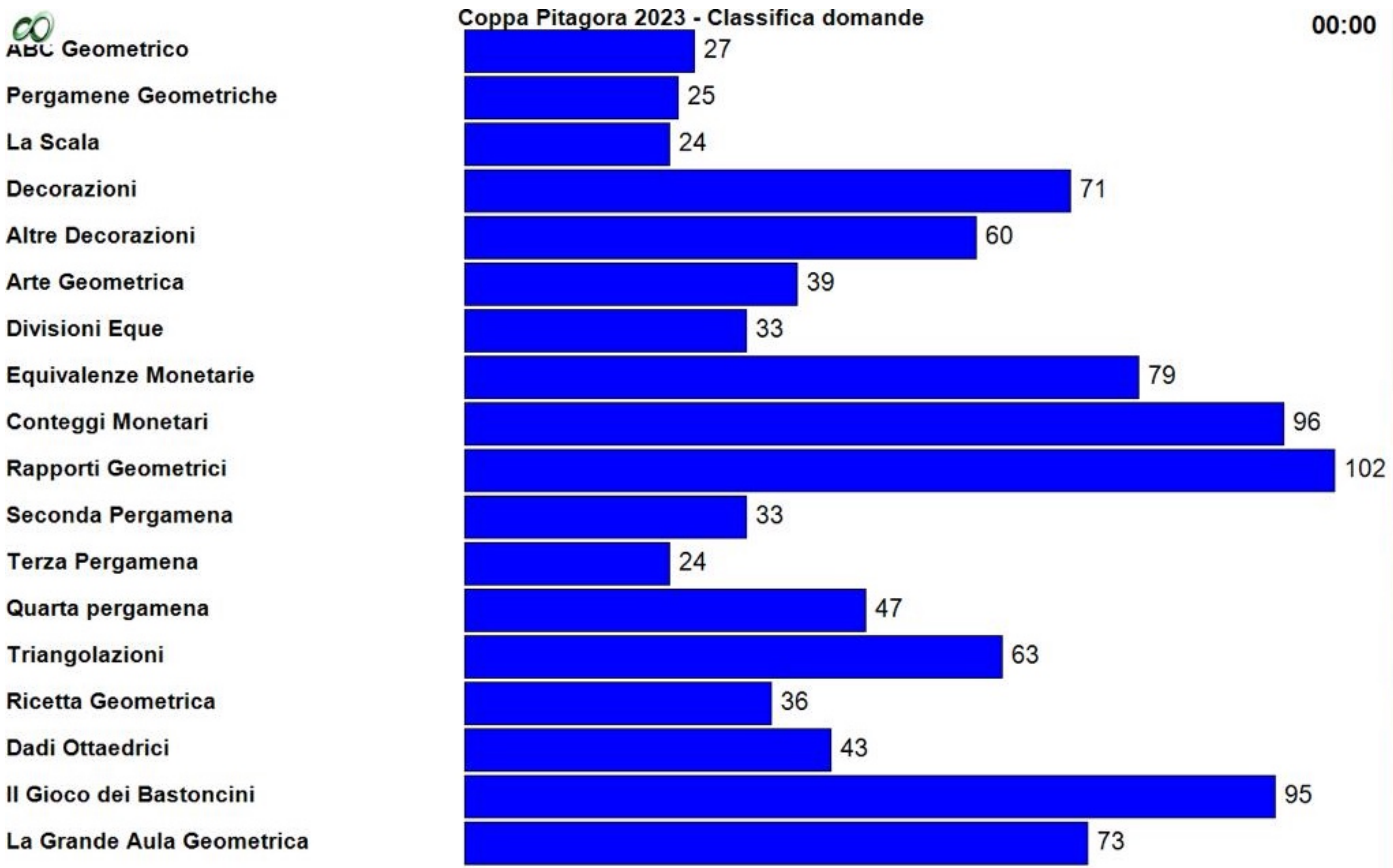
1. Si disegni al centro un triangolo equilatero di lato 1 cubito;
2. Si tracci il cerchio circoscritto a tale triangolo;
3. Si tracci un triangolo equilatero nel quale questo cerchio è inscritto;
4. Ripetere le operazioni 2 e 3 fino a che non si sia arrivati a disegnare l'undicesimo triangolo equilatero.

Quanti cubiti misura il lato della stanza, coincidente con il lato dell'undicesimo triangolo equilatero della pavimentazione?

Risposte ai problemi

N.	TITOLO	SOLUZIONE
1	**ABC GEOMETRICO**	0045
2	**PERGAMENE GEOMETRICHE**	0060
3	**LA SCALA**	0070
4	**DECORAZIONI**	0020
5	**ALTRE DECORAZIONI**	0084
6	**ARTE GEOMETRICA**	1345
7	**DIVISIONI EQUE**	0035
8	**EQUIVALENZE MONETARIE**	0018
9	**CONTEGGI MONETARI**	0066
10	**RAPPORTI GEOMETRICI**	1299
11	**SECONDA PERGAMENA**	0005
12	**TERZA PERGAMENA**	0004
13	**QUARTA PERGAMENA**	1847
14	**TRIANGOLAZIONI**	0324
15	**RICETTA GEOMETRICA**	0075
16	**DADI OTTAEDRICI**	0007
17	**IL GIOCO DEI BASTONCINI**	0012
18	**LA GRANDE AULA GEOMETRICA**	1024


Coppa Pitagora 2023 - Classifica finale squadre
00:00
Della Torre 1, Chiavari 613
Santa Maria Immacolata Semeria 1, Genova 547
Santa Maria Immacolata Semeria 2, Genova 532
Burlando 1, Genova 515
San Fruttuoso 1, Genova 502
Quinto Nervi 1, Genova 502
Strozzi 1, Genova 452
Della Torre 2, Chiavari 451
Don Orengo 2, Genova 432
Don Orengo 1, Genova 412
Oregina 1, Genova 410
Strozzi 2, Genova 409
319 Barabino 1, Genova
310 D'Albertis 1, Genova
307 Oregina 2, Genova
255 Guidobono 1, Savona
225 Don Bosco 1, Genova
180 Centro Storico 1, Genova
180 Quinto Nervi 2, Genova
116 D'Albertis 2, Genova
106 Don Bosco 2, Genova


Coppa Pitagora 2023 - Classifica domande
00:00
ABC Geometrico
27
Pergamene Geometriche
25
La Scala
24
Decorazioni
71
Altre Decorazioni
60
Arte Geometrica
39
Divisioni Eque
33
Equivalenze Monetarie
79
Conteggi Monetari
96
Rapporti Geometrici
102
Seconda Pergamena
33
Terza Pergamena
24
Quarta pergamena
47
Triangolazioni
63
Ricetta Geometrica
36
Dadi Ottaedrici
43
Il Gioco dei Bastoncini
95
La Grande Aula Geometrica
73

Coppa Pitagora 2023 - Stato squadre

00:00

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
)1) Quinto Nervi 1		1																
)2) D'Albertis 1	1	1		1	1							1	1					
)3) Strozzi 1				1				1										1
)4) Santa Maria mmacolata Semeria 1										1			2					
)5) Don Bosco 1	1	1		2	1				1						1		1	
)6) Della Torre 1					2													
)7) Don Orengo 1			1	2		1	2											1
)8) Oregina 1	1			1				2		1								
)9) Barabino 1	2			7														1
10) Guidobono 1	1			4						1				1			1	
11) Burlando 1							1							2			1	
12) San Fruttuoso 1	1			2	1				1	1				1		1	1	
13) Centro Storico 1																		
14) Quinto Nervi 2		1			3			2										
15) D'Albertis 2	1	1	1	1		1	1	1								1	1	
16) Strozzi 2		2	1		2			1		1								
17) Santa Maria mmacolata Semeria 2				1	1			1										
18) Don Bosco 2	2	1	1			1			1		1	1	1			1		
19) Della Torre 2	1	2								1				1	1			
20) Don Orengo 2			2	1			1											
21) Oregina 2				1	1										1			