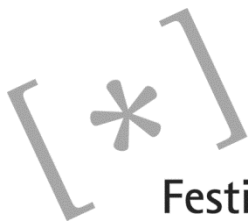
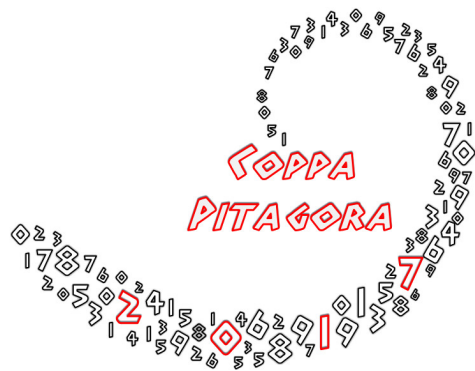


Scadenze importanti:

- A 20 minuti dall'inizio: termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà assegnato d'ufficio il primo problema della lista). La scelta deve essere effettuata tramite consegna da parte del capitano dell'apposito cartellino al tavolo della giuria.
- A 40 minuti dall'inizio: termine ultimo per fare domande sul testo. Le domande possono essere rivolte solo dai capitani al tavolo delle domande.
- A 90 minuti dall'inizio: termine della gara.



Festival della Scienza



QUARTA COPPA PITAGORA

Gli eredi del Maestro

Sono tanti, nella storia, gli “eredi spirituali” di Pitagora. Oggi ne incontrerete alcuni che vi sottoporranno alcuni quesiti. Se saprete risolverli allora dimostrerete che davvero gli insegnamenti di Pitagora hanno vinto la sfida del tempo: potete essere voi i suoi legittimi eredi!

Buona sfida!

1) TALETE. Mi piace molto studiare le rette, individuare segmenti e figure composte da queste. Prese due rette parallele, sulla prima ho fissato 5 punti distinti, sulla seconda invece ne ho fissati solo 3. Quanti sono, in tutto, i diversi triangoli che posso costruire utilizzando come vertici i punti da me fissati?

2) ERATOSTENE. Vorrei creare un setaccio che mi permetta di individuare, come fossero pagliuzze d'oro nel grande fiume dei numeri interi, tutti i numeri primi minori di 100. E dopo averlo creato, vorrei proprio sapere quante sono le “pagliuzze d'oro” che vi rimarranno all'interno.

3) ARCHIMEDE. Sto studiando le leve. Se uso una leva con un perno fisso al centro e i due bracci della stessa lunghezza ho, di fatto, una bilancia. Ad esempio mettendo due specchi circolari perfettamente uguali fra loro insieme con uno triangolare sull'estremità di un braccio ed uno specchio quadrato sull'estremità dell'altro braccio la leva è perfettamente in equilibrio! Ora cambio le cose: posiziono lo specchio quadrato impilato sui due specchi circolari sull'estremità del primo braccio, mentre sull'estremità dell'altro braccio impilo lo specchio triangolare con altri due specchi triangolari uguali a quello: la leva è nuovamente in equilibrio! Conosco il peso di uno specchio triangolare: 315 libbre. Quante libbre pesa lo specchio quadrato?

4) EUCLIDE. Ecco un quadrato di lato 10 piedi. Scelgo un vertice che chiamo primo vertice e ordino gli altri in senso orario a partire dal primo. Ora, dal primo vertice verso il secondo, segno un punto ad un piede di distanza, quindi dal secondo vertice verso il terzo vertice segno un secondo punto a due piedi di distanza, infine dal terzo vertice verso il quarto vertice segno un terzo punto a tre piedi di distanza. Collego i tre punti che ho tracciato a formare un triangolo. Qual è la sua area in piedi al quadrato?

5) ERONE. Ho un triangolo il cui perimetro è pari a 66 piedi. So che un lato misura 25 piedi e che un secondo lato è sei quinti del precedente. Non dispongo di nessun'altra informazione e vorrei calcolare l'area di questo triangolo in piedi al quadrato. Dite che è un problema impossibile? Io penso di no.

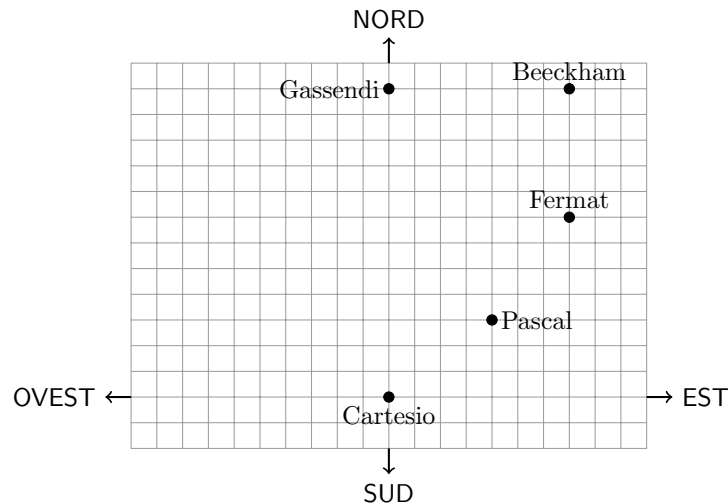
6) IPAZIA. I matematici sanno che il rapporto tra la lunghezza di una circonferenza e il raggio è un numero "magico". Pare che altre civiltà abbiano calcolato questo numero. Io però sono convinta che non serva conoscerlo per risolvere questo problema legato all'astrolabio che ho costruito. Esso è formato da due dischi metallici tenuti insieme da un perno: due cerchi con lo stesso centro, uno con il raggio doppio dell'altro. Il cerchio più piccolo ha area pari a 8 jugeri (l'unità di misura romana per le aree); quanto vale in jugeri l'area della regione compresa tra i due cerchi, quella che qualcuno chiama "corona circolare"?

7) FIBONACCI. Per me l'arte del commercio è importante quanto lo sono i viaggi, i numeri e la matematica. Al mercato un mio amico ha deciso di vendere tutti i suoi conigli. Per far bella mostra di essi, li ha inizialmente disposti in fila per 7, ma così facendo nell'ultima fila vi erano solo 6 conigli. Allora li ha disposti in fila per 6, ma nuovamente nell'ultima fila ne mancava uno: ce n'erano solo 5. Ha provato infine a disporli in fila per 5 e indovinate? Nell'ultima fila c'erano solo 4 conigli. I conigli erano in tutto meno di 400. Quanti conigli aveva in tutto il mio amico?

8) TARTAGLIA. Facciamo due conti da bravi mercanti veneziani? Io e mio fratello abbiamo insieme 60 soldi; ce li dividiamo: io con 30 soldi compero delle uova ad 1 soldo l'uno e le rivendo a 2 soldi; mio fratello compra delle uova a 2 soldi l'una e le rivende a 1 soldo. Poi rimettiamo insieme i nostri soldi. Quanto è il rapporto tra l'ammontare finale e quello iniziale moltiplicato per 100? Se è pari a quello iniziale il calcolo darà 100; se abbiamo guadagnato sarà superiore a 100; se ci abbiamo rimesso sarà inferiore a 100.

9) CAVALIERI. I cubi sono solidi che si possono rappresentare in molti modi; inoltre trasformandoli in dadi si possono proporre molti problemi di probabilità. E la creazione stessa del dado può essere un problema da risolvere. Se infatti prendo un cubo, quanti dadi differenti possiamo ottenere colorando le sue facce bianche e nere? Ogni faccia è tutta bianca oppure è tutta nera, e due dadi sono colorati identici se hanno la stessa disposizione di colori a meno di rotazioni.

10) CARTESIO. L'invenzione del sistema di assi coordinati che ho messo a punto permette di individuare qualsiasi posizione sul terreno (e volendo pure nello spazio, basterebbe aggiungere un terzo asse!) e poi ricavare molte informazioni a riguardo. Ad esempio, pongo casa mia nell'origine degli assi e dispongo gli assi come quelli della bussola: da Sud a Nord e da Ovest a Est. Le coordinate delle abitazioni dei miei amici sono Gassendi 12km a Nord e 0km a Est; Beeckham 12km a Nord e 7km a Est; Fermat 7km a Nord e 7km a Est; Pascal 3 a Nord e 4 a Est. Se li traccio su una carta quadrettata viene un disegno come quello in figura.



Muovendomi in linea retta senza ostacoli sull'intero territorio, partendo da casa mia, per far visita a tutti i miei amici, quanti ettometri, come minimo, devo percorrere?

11) FERMAT. Consideriamo i numeri interi positivi minori di 1000. Vorrei sapere qual è il massimo numero di fattori maggiori di 1 e tutti uguali tra loro che si può usare per ottenere uno di questi numeri.

12) GALILEI. Ho scoperto che se attacco ad un filo una massa e faccio compiere delle piccole oscillazioni al pendolo così creato, il tempo di oscillazione è costante! Almeno finché non interviene l'attrito dell'aria... Ho chiamato questo tempo di oscillazione Periodo. Ho scoperto che con una lunghezza di 4 metri il Periodo è pari a 4 secondi. Con una lunghezza di 9 metri il Periodo è di 6 secondi esatti e con una lunghezza di 16 metri il Periodo vale 8 secondi. Ho una teoria in mente: c'è un legame algebrico tra la lunghezza e il tempo elevato al quadrato. Voglio verificarla, salendo sulla torre di Pisa con altezza di poco superiore ai 49 metri. Quanto mi aspetto che sia, in secondi, il Periodo di un pendolo lungo 49 metri?

13) EULERO. Qui a San Pietroburgo siamo in 35, me compreso, a occuparci di Scienza. 25 si occupano di Matematica e 18 di Fisica (tra questi il mio caro amico Bernoulli!), mentre in 2 non studiano né Matematica né Fisica. Orbene, quanti si occupano sia di Matematica che di Fisica?

14) AGNESI. Perpendicolarità, parallelismo, incidenza. Sarebbe interessante svilupparli nello spazio e trovare nuove funzioni... Ma per ora mi limito a considerare 5 rette su un piano. Se 4 sono parallele tra loro, i punti d'incontro sono al massimo 4. Se solo 3 sono parallele tra loro, allora i punti di incontro possono arrivare al massimo a 7. Ma se ragionassimo al contrario? Abbiamo alcune rette su un piano, di cui esattamente 4 parallele tra loro. Se i punti di incontro sono 22, qual è il minimo numero di rette che possono essere presenti su quel piano?

15) GAUSS. Scrivo il numero 5. Ad esso sommo il numero 2 e scrivo il risultato. Al risultato sommo nuovamente 2 e scrivo il risultato. E così via. Fino a scrivere, compreso il numero 5 di partenza, in tutto 50 numeri. Quanto vale la somma di questi 50 numeri?

16) DE MORGAN. Logica. Logica, logica, logica! La mente umana si basa interamente sulla logica, almeno questo è ciò in cui credo fermamente. Ad esempio mi sono imbattuto in questo curioso indovinello e sono certo che, con l'ausilio di una mente logica, saprò dare la soluzione!

Tre amici, i cui cognomi sono Bianchi, Neri e Rossi, si ritrovano a pranzo. Solo uno di loro è una donna. «Ho notato che i nostri cognomi corrispondono a colori di capelli e che tra noi c'è proprio una persona con i capelli bianchi, una con i capelli rossi e l'altra con i capelli neri» osserva la donna. «La cosa più strana – risponde la persona con i capelli neri – è che nessuno di noi ha i capelli che si accordano con il proprio cognome.» «Avete proprio ragione!» esclama Bianchi. Stabilire qual è il colore dei capelli di ciascuno ed individuare la donna all'interno del gruppo. Dare la risposta mettendo 1 per capelli bianchi, 2 per capelli neri e 3 per capelli rossi ed indicando nell'ordine il colore dei capelli dei signori Bianchi, Neri, Rossi e della donna.

17) BOOLE. Sto mettendo a punto una scrittura dei numeri che utilizzi soltanto due cifre anziché dieci. Voglio scrivere tutti i numeri usando soltanto 0 e 1 come cifre. Iniziamo dunque a contare con questo nuovo sistema di scrittura: 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110 e così via. Ad esempio, usando soltanto 0 e 1 come cifre, il numero 6 si scrive 110, il numero 8 si scrive 1000, il numero 10 si scrive 1010, il numero 13 si scrive 1101, il numero 20 si scrive 10100. Quanti 1 ci saranno nella scrittura con soli 0 e 1 del numero 99?

18) TURING. Sto escogitando una macchina che funzioni a blocchi. Avrà molte applicazioni, aiuterà a fare i conti. Due di questi blocchi eseguono le seguenti operazioni: il blocco "P" preso il numero n restituisce il numero $2n$ (il suo doppio), il blocco "D", invece, preso il numero n restituisce il numero $2n+1$ (il suo doppio aumentato di uno). Vorrei combinare in sequenza un certo numero di blocchi P e D in modo che, partendo da $n=1$, si arrivi a ottenere esattamente 139. Qual è il numero minimo di blocchi da usare?

19) CHISINI. Osservo. Ragiono. E quando posso calcolo. C'è una speciale gara automobilistica, su un circuito chiuso. Al primo giro le auto vanno piano, a 20 km orari: viene valutata la bellezza della livrea. Al secondo giro si passa a 40 km orari: viene valutato il rumore caratteristico del motore a marce intermedie. Al terzo giro si sale a 60 km orari: viene valutata la correttezza di guida dei piloti nel prendere le curve a velocità costante ma già sostenuta. Poi c'è l'ultimo giro, dove si valuta chi lo compie nel minor tempo. Le velocità qui variano, ma ho osservato che l'auto che ha vinto ha tenuto, nell'ultimo giro, una velocità media di 120 km orari. E ora il calcolo che mi manca: quale è stata la velocità media complessiva, in km/h sui quattro giri, che ha tenuto l'auto vincente?

20) NASH. Ritengo che cooperare sia importante. Specie quando bisogna decifrare un messaggio in codice. O comprendere il prossimo passo del nemico, o, più semplicemente, i numeri mancanti in un quadrato magico. Quello con cui mi sto cimentando è un quadrato 4×4 e come ogni quadrato magico ha la proprietà che la somma dei numeri presenti in ogni riga, in ogni colonna e nelle due diagonali è costante. La costante di questo quadrato vale 34 e in esso devono comparire tutti i numeri da 1 a 16. Nel quadrato qua sotto mancano parecchi numeri e sono stati sostituito ognuno con una lettera. Sapete dirmi quanto valgono le lettere C, D, E?

[Dare come soluzione $C \times D + E$.]

12	7	A	B
C	D	16	E
F	11	G	10
1	H	4	K

N.	TITOLO	TIPOLOGIA	SOLUZIONE
1	TALETE	Geometrico – conteggio	0045
2	ERATOSTENE	Aritmetico – conteggio	0025
3	ARCHIMEDE	Algebrico – logico	0630
4	EUCLIDE	Geometrico	0039
5	ERONE	Geometrico	0132
6	IPAZIA	Geometrico	0024
7	FIBONACCI	Aritmetico – ripartizione	0209
8	TARTAGLIA	Aritmetico	0125
9	CAVALIERI	Geometrico – conteggio	0010
10	CARTESIO	Geometrico	0220
11	FERMAT	Aritmetico	0009
12	GALILEI	Fisico – algebrico	0014
13	EULERO	Logica – insiemistica	0010
14	AGNESI	Geometrico	0008
15	GAUSS	Aritmetico	2700
16	DE MORGAN	Logica	3121
17	BOOLE	Aritmetico – numerico	0004
18	TURING	Logico – aritmetico	0007
19	CHISINI	Fisico – statistico	0040
20	NASH	Logica	0029